Priorités de calculs

Calculs entre parenthèses ➔ Calculs sur les puissances ➔ Multiplication/Division ➔ Addition/Soustraction

Remarque :

- S'il n'y a que des additions/soustractions, on les effectue dans l'ordre de lecture.
- S'il n'y a que des multiplications/divisions, on les effectue dans l'ordre de lecture.

Calculs sur les nombres relatifs

La somme de deux nombres relatifs de même signe est le nombre :

→ dont le signe est le signe commun aux deux nombres
→ dont la distance à zéro est la somme des distances à zéro deux nombres

La somme de deux nombres relatifs de signes contraires est le nombre :

→ dont le signe est celui du nombre ayant la plus grande distance à zéro
→ dont la distance à zéro est la différence entre la plus grande et la plus petite des distances à zéro.

Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé *(et l'on est ramené au cas précédent)*

Le produit/quotient de deux nombres relatifs de même signe est un nombre positif.
Le produit/quotient de deux nombres relatifs de signes contraires est un nombre négatif.

Calculs sur les fractions

Pour additionner *(ou soustraire)* deux fractions, on les réduit au même dénominateur puis on additionne *(ou l'on soustrait)* les numérateurs entre eux et l'on conserve le dénominateur commun.

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Pour diviser deux fractions, on multiplie la fraction numérateur par l'inverse de la fraction dénominateur.

Calculs sur les puissances

Soient a et b deux nombres quelconques et soient m et n deux nombres entiers alors on a les égalités suivantes :

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad (a^m)^n = a^{n\times m} \qquad (a \times b)^m = a^m \times b^m$$

Et donc en particulier, pour $a = 10$:

$$10^m \times 10^n = 10^{m+n} \qquad \frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n} \qquad (10^m)^n = 10^{n\times m}$$

Calculs sur les racines carrées

Soient a et b deux nombres positifs

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a \qquad \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \qquad \sqrt{a^2} = a \qquad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Et donc, pour simplifier une expression de la forme $\sqrt{n}$ (avec $n \geq 0$) :

✓ Ecrire le nombre n sous forme d'un produit d'un nombre par un « carré parfait »
✓ Utiliser la formule $\sqrt{a^2 \times b} = a \times \sqrt{b}$ où a et b sont des nombres positifs

<u>ATTENTION :</u> En général, $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Formules de distributivité

Pour n'importe quels nombres a, b, c et d :

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Et donc, en particulier, pour n'importe quels nombres k, a et b :

$$k \times (a+b) = k \times a + k \times b$$
$$k \times (a-b) = k \times a - k \times b$$

Identités remarquables

Pour n'importe quels nombres a et b :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \times a \times b + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \times a \times b + b^2$$
$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

PGCD

Si deux nombres entiers a et b sont divisibles par le même entier d non nul, alors le nombre d est un diviseur commun aux deux nombres a et b.
Dans la liste des diviseurs communs à deux nombres entiers a et b, il en existe un plus grand que tous les autres. Ce Plus Grand Commun Diviseur aux deux nombres a et b se note $PGCD\ (a\ ;\ b)$

Pour déterminer le PGCD de deux nombres entiers, on peut utiliser l'algorithme d'Euclide basé sur la propriété :
Soient a et b deux entiers tels que $a > b$. En effectuant la division euclidienne de a par b.

Si $a = b \times q + r$ alors $PGCD\ (a\ ;\ b) = PGCD\ (b\ ;\ r)$

Equations

Pour résoudre une équation, il faut utiliser les propriétés suivantes :

→ On ne change pas les solutions d'une équation en *ajoutant* (ou en *soustrayant*) un même nombre a ses deux membres. Autrement dit : si $a = b$ et c un nombre alors $a + c = b + c$

→ On ne change pas les solutions d'une équation en *multipliant* (ou en *divisant*) ses deux membres par un même nombre non nul. Autrement dit : si $a = b$ et $c \neq 0$, alors $a \times c = b \times c$

Inéquations

Pour résoudre une inéquation, il faut utiliser les propriétés suivantes :

→ On ne change pas l'ensemble des solutions d'une inéquation en *ajoutant* (ou en *soustrayant*) un même nombre a ses deux membres. Autrement dit : si $a < b$ et c un nombre alors $a + c < b + c$

→ On ne change pas les solutions d'une équation en *multipliant* (ou en *divisant*) ses deux membres par un même nombre strictement positif. Autrement dit : si $a < b$ et $c > 0$, alors $a \times c < b \times c$

→ On ne change pas les solutions d'une équation en *multipliant* (ou en *divisant*) ses deux membres par un même nombre strictement négatif à condition de changer le sens de l'inéquation.
Autrement dit : si $a < b$ et $c < 0$, alors $a \times c > b \times c$

Systèmes de deux équations à deux inconnues

Méthode de résolution par combinaison linéaire :
On ne change pas l'ensemble des solutions d'un système en …

→ … permutant les deux équations du système
→ … multipliant les deux membres d'une équation par un même nombre non nul
→ … remplaçant une équation du système par la somme des deux équations du système

Méthode de résolution par substitution :
On ne change pas l'ensemble des solutions d'un système en …

→ … exprimant une inconnue en fonction de l'autre et en substituant *(ie : en remplaçant)* le résultat obtenu dans l'autre équation du système.

Fonctions

Une fonction linéaire f est une relation qui à un nombre x fait correspondre le nombre $a \times x$

(Le coefficient a étant un nombre constant). On écrit $f : x \longmapsto a \times x$

Une fonction affine f est une relation qui à un nombre x fait correspondre le nombre $a \times x + b$

(Les coefficients a et b étant des nombres constants). On écrit $f : x \longmapsto a \times x + b$ ou $f(x) = a \times x + b$

Dans chaque cas, on dit que $f(x)$ est l'image de x par la fonction f ou encore x a pour image $f(x)$ par la fonction f